نموذج مقترح لتسعير وثائق تأمين السيارات التكميلى

Proposed Model for Pricing Private Motor Insurance Policies

دكتورة

أمانـــى محمـــد عجـــــوة

مدرس بقسم إدارة الأعمال
مدرس التأمين
الجامعة العمالية - فرع القاهره
Amany Mohamed Agwa
Insurance Lecturer
Worker's University- Cairo

ملخص الدراسة :

يهدف هذا البحث إلى تقديم منهجية لتسعير وثائق تأمين السيارات التكميلى باستخدام نموذج مقلوب جاوس ونموذج بواسون ذى التشتت الزائد . وقد تم استخدام بيانات إحدى شركات التأمين العاملة فى سوق التأمين المصرى لحساب أسعار تأمين السيارات التكميلى فى مصر . وقد تم استخدام نموذج انحدار بواسون ذى التشتت الزائد للتنبؤ بمتوسط عدد الحوادث لوثائق التأمين التكميلى للسيارات باستخدام العوامل المؤثرة فى متوسط عدد الحوادث وهى ؛ نوع المؤمن له من حيث كونه ذكر أو أنثى ، وعمر السيارة ، ونسبة خصم التحمل وخبرة المطالبات (نسبة خصم عدم المطالبة) . وتم استخدام نموذج مقلوب جاوس للتنبؤ بمتوسط حجم المطالبة الواحدة بالوثيقة باستخدام العوامل المؤثرة فى متوسط حجم المطالبة الواحدة وهى ؛ نوع المؤمن له من حيث كونه ذكر أو أنثى ، وعمر السيارة ، ومبلغ التأمين . وقد توصل البحث إلى أن متوسط عدد الحوادث ومتوسط قيمة المطالبة للإناث أعلى من متوسط عدد الحوادث ومتوسط قيمة المطالبة الخاصة بالذكور. وأظهرت الدراسة وجود علاقة طردية بين عمر السيارة وبين متوسط عدد الحوادث للوثيقة ، ووجود علاقة عكسية بين عمر السيارة ومتوسط قيمة المطالبة ، كذلك وجود علاقة عكسية بين نسبة خصم التحمل ونسبة خصم عدم المطالبة وبين متوسط عدد الحوادث بالوثيقة ، ووجود علاقة طردية بين قيمة مبلغ التأمين ومتوسط قيمة المطالبة الواحدة .

Summary:

This research aims to present a methodology for the pricing of private motor insurance policies using inverse Gaussian model and over dispersion Poisson model. The data of an insurance company operating in the Egyptian insurance market was used to calculate the prices of private motor insurance in Egypt. The over dispersion Poisson regression model was used to predict the average number of accidents for private motor insurance policies using the factors influencing the average number of accidents, namely, the gender of insured, the age of the vehicle, the deductible discount rate and the no claim discount rate. The inverse Gaussian model was used to predict the average size of a single claim in a policy using the factors influencing the average size of a single claim; the gender of insured, the age of the vehicle, and the amount of insurance. The research found that the average number of accidents and the average claim value for females is higher than these for males. The study showed a direct relationship between the age of the car and the average number of accidents for the policy, and the existence of an inverse relationship between the age of the car and the average value of the claim.

مقدمة :

إن قضية الوصول إلى قسط عادل وكافى وقادر على المنافسة من خلال حساب تكلفة المطالبات هى من المشكلات التى تواجه تأمينات الممتلكات والمسئولية بصفة عامة وتأمين السيارات بصفة خاصة ، نظرا لوجود عوامل عديدة يتأثر بها تسعير تأمين السيارات التكميلى منها عمر السيارة، وخصم عدم المطالبة. لذلك يتم استخدام نموذج بواسون ذى التشتت الزائد لحساب متوسط عدد المطالبات ، واستخدام نموذج مقلوب جاوس لحساب متوسط حجم المطالبة فى ضوء العوامل الأخرى المؤثرة على السعر .

وفى هذا المجال يوجد العديد من الدراسات التى اهتمت باستخدام النماذج الإحصائية فى عمليات التسعير. وقد قام (Symth et al., 2002) باستخدام النماذج الخطية الثنائية المعممة Double generalized linear models لنمذجة المطالبات عندما لا يكون عدد المطالبات متاح، حيث يتم نمذجة التكلفة الكلية للمطالبات لكل وثيقة . ويتم نمذجة كلا من المتوسط والتشتت من خلال النماذج الخطية المعممة من خلال استخدام نموذج بواسون – جاما المركب (نموذج تويدى Tweedie model) . وقد توصلت الدراسة إلى أن الأسلوب الذى يعتمد على توزيع تويدى Tweedie distribution هو أسلوب ذات كفاءة عالية لتحليل بيانات مطالبات التأمين .

وفى دراسة (Kafková et al., 2014) قام بالتنبؤ بتكرار المطالبات السنوى بمعلومية عوامل خطر معينة، وقد تم افتراض أن تكرار المطالبات يتبع توزيع بواسون، وتم المقارنة بين عدة نماذج من حيث عوامل الخطر وليس من حيث التوزيع المفترض. وتم نمذجة متوسط عدد المطالبات لكل عقد وهو عبارة عن عدد المطالبات مقسوما على مدة التعرض للخطر Exposure ، وقد توصلت الدراسة إلى وجود ثلاث عوامل لها تأثير على تكرار المطالبة هى عمر حامل الوثيقة، وعمر السيارة ، والمنطقة التى يقطن بها. وقد أوضحت الدراسة أيضا أن نوع حامل الوثيقة (ذكر أو أنثى) ونوع السيارة هى عوامل غير هامة بالنسبة لتكرار المطالبات السنوى .

واهتمت دراسة (David 2015) بعرض أسلوب النماذج الخطية المعممة لحساب القسط الصافى بمعلومية الخصائص المشاهدة لحامل الوثيقة. وقد تم استخدام النموذج البواسونى ليمثل تكرار المطالبات، وتم استخدام نموذج جاما ليمثل تكلفة المطالبة الواحدة، وتم حساب القسط الصافى عن طريق ضرب القيمة الخاصة بتكلفة المطالبة المقدرة فى تلك الخاصة بتكرار المطالبات المقدر. وقد توصل البحث إلى أن هذه الطريقة مفيدة فى تحديد قسط التأمين الصافى لكل وثيقة على ضوء معنوية هذه النماذج من واقع الاختبارات الإحصائية .

واهتمت دراسة (Xacur et al., 2015) بالمقارنة بين استخدام توزيع تويدى Tweedie distribution (توزيع بواسون – جاما المركب) وبين استخدام التحليل المنفصل لكلا من تكرار المطالبات وتوفيقها باستخدام توزيع بواسون وتحليل حجم المطالبة الواحدة Severity وتوفيقها باستخدام نموذج جاما . توزيع تويدى يدمج التوزيعين (جاما – بواسون) معا فى نموذج واحد ليقدم تقديرا لتكلفة المطالبات لكل وثيقة، والتحليل المنفصل يعطى تقديرا لتكلفة المطالبات لكل وثيقة عن طريق ضرب متوسط عدد المطالبات فى متوسط قيمة المطالبة الواحدة. وقد توصلت الدراسة إلى أن نموذج تويدى هو الأبسط ولكنه ليس الأفضل، نظرا لأن إجراء التحليل المنفصل يمكننا من معرفة تأثير عوامل التسعير على القسط الصافى، وتكرار المطالبة أكثر ثباتا من حجم المطالبة، وغالبا ما تؤثر عوامل التسعير على تكرار المطالبة .

وقدمت دراسة (David et al., 2015) منهجية لنمذجة بيانات تكرار المطالبات باستخدام نموذج بواسون ونموذج ذى الحدين السالب فى إطار العمل بنماذج الخطر المعممة، ويتم تطبيق ذلك على محفظة سوق التأمين الفرنسية مع استخدام عوامل الخطر التى تؤثر على

تكرار المطالبات مثل العمر والوظيفة والمنطقة الجغرافية . وقد توصل البحث إلى أن نموذج ذى الحدين السالب هو الأفضل فى حالة وجود تشتت زائد فى البيانات بشرط أن يقدم توفيق جيد للبيانات مقارنة بتوزيع بواسون .

واهتمت دراسة (Sidding 2016) باستخدام النماذج الخطية المعممة فى تحليل الحالات الاكتوارية بدلا من استخدام الانحدار الخطى العادى . وقد تم نمذجة تكرار المطالبات لتأمين السيارات باستخدام نموذج بواسون. وقد توصل الباحث إلى أنه عند إضافة عامل خطر جديد أو حذف عامل خطر فإن هذا يؤدى إلى وجود نموذج جديد ، كذلك فإن إضافة عامل خطر جديد يؤدى إلى تقليل الخطأ ولكنه يزيد من درجة تعقيد النموذج .

وقام (Kurz 2017) باستخدام نموذج تويدى Tweedie distribution (بواسون – جاما المركب) لتوفيق بيانات تكاليف الرعاية الصحية شبه المستمرة حيث تحتوى البيانات على عدد كبير من الأصفار لغير مستخدمى الخدمة ، والتكاليف عبارة عن متغير عشوائى مستمر ، وتم تحديد فاعلية نموذج تويدى من خلال نماذج محاكاة مونت كارلو وتم مقارنته بنماذج أخرى عديدة، وتم التوصل إلى أن نموذج تويدى يلاءم بيانات التكاليف جيدا ويقدم أفضل توفيق عندما يكون الأشخاص غير المستخدمين للخدمة لهم نفس خصائص الأشخاص المستخدمين للخدمة .

ومن الدراسات العربية التى اهتمت بتسعير تأمين السيارات، دراسة (أحمد وآخرون، ١٩٩٢) حيث قدم نموذج كمى لتسعير التأمين التكميلى للسيارات من خلال تحديد التوزيع الاحتمالى المناسب لعدد وقيمة الخسائر وتحديد العوامل المؤثرة فى درجة الخطورة على السعر . كما اهتم (الفقى ، ١٩٩٣) باستخدام نموذج حاصل الضرب ذات المتغيرات المتعددة فى تقدير عدد المطالبات لتأمين السيارات . وقدم (سالم ، ١٩٩٧) تسعير تأمين الممتلكات باستخدام التحليل التتابعى للفروق بين التعويضات المقدرة والتعويضات الفعلية . واهتم (البلقينى وآخرون ، ١٩٩٩) باستخدام نظرية المصداقية فى تسعير المسئولية المدنية عن حوادث السيارات فى مصر . وقدم (مهدى وآخرون ، ٢٠١٠) نماذج بديلة لتسعير تأمين السيارات التكميلى من خلال استخدام تقدير بيز للوصول إلى معادلة المصداقية لاستخدامها فى تسعير تأمين السيارات التكميلى. واستخدم (إبراهيم ، ٢٠١٤) الدمج بين النماذج المالية والنماذج الاكتوارية لتسعير التأمين الشامل على السيارات الملاكى . واستخدم (الحصرى وآخرون ، ٢٠١٧) النماذج الخطية المعممة فى تسعير تأمين السيارات الملاكى وركز على نموذج جاما ونموذج ذى الحدين السالب .

وقد لوحظ أن هذه الدراسات لم تتطرق إلى استخدام توزيع بواسون ذى التشتت الزائد Over-dispersion Poisson ليمثل تكرار المطالبات، كذلك لم تستخدم أى دراسة من الدراسات السابقة نموذج مقلوب جاوس Inverse Gaussian ليمثل توزيع حجم المطالبة الواحدة Severity . لذلك يهتم البحث الحالى باستخدام هذه النماذج فى تسعير تأمين السيارات التكميلى .

مشكلة البحث :

تتمثل مشكلة البحث الرئيسة فى نمذجة بيانات تكرار المطالبات وحجم المطالبة الواحدة للوصول إلى تقدير دقيق لسعر التأمين يمكن من خلاله التمييز بين المؤمن لهم على ضوء درجة الخطورة التى يمثلها كل منهم (تحقيق العدالة التأمينية) ، وفى نفس الوقت كافى لمواجهة المطالبات التى تنشأ عن الوثيقة حتى يمكن لشركة التأمين الاستمرار فى سوق التأمين (تحقيق العدالة المالية) .

هدف البحث :

يهدف هذا البحث إلى تقديم منهجية لتسعير تأمين السيارات التكميلى باستخدام نموذج بواسون ذى التشتت الزائد ونموذج مقلوب جاوس .

أهمية البحث :

ترجع أهمية البحث إلى أن تقدير تكلفة المطالبات بشكل دقيق يؤدى إلى تحديد أقساط عادلة وكافية وهذا يعد من الأمور الهامة لاستمرار شركة التأمين فى سوق التأمين ؛ فعندما يشعر المؤمن له أن القسط الخاص به لا يعكس درجة الخطورة التى يمثلها قد لا يقوم بتجديد الوثيقة فى هذه الشركة ويبحث عن شركة أخرى يكون لديها آلية أفضل لتحديد الأقساط. وعندما لا يكون القسط كافيا من وجهة نظر شركة التأمين؛ فإن الشركة سوف تتعثر مستقبلاً ولا تستطيع الوفاء بالتزاماتها المستقبلية، مما يؤدى فى النهاية إلى خروجها من سوق التأمين .

النموذج المقترح :

يقترح الباحث استخدام نموذج بواسون ذى التشتت الزائد لنمذجة عدد الحوادث ، واستخدام نموذج مقلوب جاوس لنمذجة حجم المطالبة الواحدة، ويمكن توضيح هذه النماذج كالتالى :

نموذج بواسون ذى التشتت الزائد Over-dispersion Poisson model :

نموذج بواسون ذى التشتت الزائد هو أحد النماذج الخطية المعممة Generalized Linear Models ، ويفترض نموذج بواسون العادى تساوى متوسط المتغير التابع مع تباينه وفى معظم الحالات يصعب تحقيق هذا الشرط نظراً لأنه يوجد بالبيانات تشتت زائد Over-dispersion ، وأحد طرق التعامل مع هذا التشتت الزائد هو استخدام نموذج بواسون ذى التشتت الزائد، فهو يشبه تماما نموذج بواسون العادى فيما عدا أنه يتم السماح لمعلمة التشتت ϕ أن تكون قيمة أخرى غير الواحد الصحيح . وعند استخدام توزيع بواسون ذى التشتت الزائد فإن التقديرات تكون نفس التقديرات الناتجة من نموذج بواسون العادى ويظهر الفرق فى تقييم النموذج Model diagnosis (Goldburd et al., 2016). ويتم التعبير عن نموذج بواسون ذى التشتت الزائد بالمتوسط والتباين كالتالى (Ver Hoef et al., 2007) :

$$E(Y_1) = \lambda \qquad (1)$$

$$Var(Y_1) = \phi\lambda \qquad (2)$$

حيث :

Y_1 : المتغير الذى يمثل عدد الحوادث .

ϕ تمثل المعلمة الزائدة التى تمثل التشتت الزائد للبيانات، وفى نموذج بواسون العادى قيمة ϕ تساوى الواحد الصحيح ، أما فى نموذج بواسون ذى التشتت الزائد يتم السماح للمعلمة ϕ أن تكون أكبر من الواحد الصحيح .

ويفترض نموذج بواسون ذى التشتت الزائد أن المتوسط للمشاهدة رقم i يختلف عن المتوسط للمشاهدة الأخرى وهذا المتوسط هو دالة فى المتغيرات المستقلة التى تؤثر على المتغير التابع وفقا للعلاقة التالية :

$$E(Y_{1i}) = \lambda_i$$

$$\lambda_i = \exp(\beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \cdots \beta_p X_{pi}) \qquad (3)$$

حيث :

Y_{1i} : عدد الحوادث للمشاهدة رقم i

λ_i : هو متوسط المشاهدة رقم i

$X_1, X_2, \ldots, X_p$: المتغيرات المستقلة التى تؤثر على المتغير التابع.

$\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_p$: *معلمات* نموذج بواسون ذى التشتت الزائد.

ولكى تصبح العلاقة خطية بين المتغير التابع وبين المتغيرات المستقلة يتم استخدام الدالة اللوغاريتمية للربط بين المتغير التابع والمتغيرات المستقلة (CT6, 2013)

$$g(\lambda) = \ln(\lambda) \qquad (4)$$

$$\ln(\lambda_i) = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \cdots + \beta_p X_{pi} \quad (5)$$

نموذج مقلوب جاوس Inverse Gaussian model :

نموذج مقلوب جاوس هو أحد النماذج الخطية المعممة التى تفترض تبعية المتغير التابع لتوزيع مقلوب جاوس . وهذا التوزيع هو توزيع ملتوى ناحية اليمين أيضاً ، وبالمقارنة بتوزيع جاما يكون له قمة أكثر حدة وله ذيل أطول ، وهو بذلك يناسب الحالات المتطرفة من المطالبات. معلمة التشتت ϕ فى نموذج مقلوب جاوس ثابتة لكل المفردات ويتم تقديرها فى النموذج، وتباين أى مطالبة فى توزيع مقلوب جاوس يتناسب أسيا مع المتوسط ولكن بمعدل أسرع من الموجود فى نموذج جاما ويمكن توضيح التباين كالتالى(Goldburd et al. 2016)

$$Var(Y_2) = \phi\mu^3 \quad (6)$$

حيث Y_2 هو المتغير الذى يمثل حجم المطالبة الواحدة Severity ، μ هو متوسط توزيع مقلوب جاوس للمتغير Y_2 .

ويتم استخدام نموذج مقلوب جاوس ليمثل متوسط قيمة المطالبة الواحدة فى تأمين السيارات التكميلى ويتم استخدام دالة الرابط المحددة Identity function لتوضيح العلاقة الخطية بين المتغير التابع (قيمة المطالبة الواحدة) والمتغيرات المستقلة .

$$E(Y_{2i}) = \mu_i$$

$$\mu_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \cdots + \beta_p X_{pi} \qquad (7)$$

وتوضح المعادلة السابقة طبيعة العلاقة بين المتغير التابع والمتغيرات المستقلة، حيث يرتبط متوسط المتغير التابع بعلاقة خطية مع المتغيرات المستقلة .

تطبيق النموذج المقترح :

تم الاعتماد على بيانات إحدى شركات التأمين المصرية، وهى عبارة عن وثائق تأمين السيارات الملاكى التى أصدرت خلال عام واحد، وعدد الوثائق المسجل بياناتها هى 13806 وثيقة . وتم استخدام برنامج SPSS لتوفيق نماذج الانحدار وتقدير المعلمات .

وصف المتغيرات المستخدمة فى الدراسة :

المتغيرات التابعة :

(١) المتغير التابع Y_1: عدد المطالبات Claim count خلال مدة سريان الوثيقة

(٢) المتغير التابع Y_2: حجم المطالبة الواحدة Severity

المتغيرات المستقلة :

(١) نوع المؤمن له : وتم تقسيم هذا المتغير إلى مؤشرين هما

- I_1 : للذكور
- I_2 : للإناث

(٢) عمر السيارة X_1: وهو يمثل عمر السيارة عند بداية سريان الوثيقة.

(٣) خصم التحمل X_2: وهو يشير إلى نسبة الخصم التى يحصل عليها المؤمن له فى حالة وجود تحمل بالوثيقة.

(٤) خبرة المطالبات للمؤمن له (خصم عدم المطالبة) X_3 : وهو يشير إلى خصم عدم المطالبة التى يحصل عليها المؤمن له فى حالة عدم تقدم المؤمن له بمطالبات خلال السنة السابقة.

بناء نموذج تكرار المطالبات Y_1 :

يوضح جدول (١) التوزيع التكرارى لعدد المطالبات محل الدراسة ..

جدول (١)

التوزيع التكرار لعدد المطالبات

عدد المطالبات		التكرار	التكرار النسبى
Y_1	0	11474	0.8311
	1	2061	0.1493
	2	243	.0176
	3	25	.0018
	4	3	.0002
	المجموع	**13806**	**1**

وكما يتضح من جدول (١) أن أقل عدد مطالبات هو الصفر وأعلى عدد مطالبات للوثيقة الواحدة فى العام هو ٤ مطالبات للسيارة المؤمن عليها فى العام محل الدراسة .

جدول (٢)

بعض الخصائص الإحصائية لعدد المطالبات

عدد المشاهدات	**13806**
أقل قيمة	0
أعلى قيمة	4
المتوسط	0.1908
التباين	0.203
معامل الالتواء	2.511

وكما نلاحظ من جدول (٢) أن أعلى قيمة لعدد المطالبات هى أربع مطالبات فى العام، والتباين يزيد عن الوسط الحسابى ، والبيانات ملتوية ناحية اليمين، ومتوسط عدد الحوادث فى العام هو 0.1908 حادث .

تم توفيق البيانات باستخدام توزيع بواسون ، وقد أوضح اختبار كاى تربيع عدم ملائمة التوزيع البواسونى لتمثيل البيانات ، ونتيجة اختبارات جودة التوفيق موضحة فى ملحق البحث . ونظرا لأن النسبة بين المتوسط والتباين مطروحا منها واحد صحيح أكبر من ٥% وهى نسبة الخطأ المسموح به وهى فى هذه الحالة ٦% ، لذلك يمكن استخدام توزيع بواسون ذى التشتت الزائد من خلال نموذج الانحدار الخاص به .

بناء نموذج تكرار المطالبات باستخدام نموذج بواسون ذى التشتت الزائد :

يتم نمذجة تكرار المطالبات باستخدام توزيع بواسون ذى التشتت الزائد حيث يؤخذ فى الاعتبار معلمة التشتت ϕ بقيمة أخرى غير الواحد الصحيح وذلك لتحسين أداء النموذج البواسونى ، وبالرجوع إلى تباين النموذج البواسونى فى المعادلة (2)

$$Var(Y) = \phi\mu$$

حيث :

$$\phi = 1$$

فى نموذج بواسون ذى التشتت الزائد يتم السماح لمعلمة التشتت ϕ أن تأخذ قيمة أخرى غير الواحد الصحيح ، ويمكن حساب قيمة معلمة التشتت ϕ من خلال التعويض عن المتوسط والتباين الخاص بمتغير الاستجابة

$$0.203 = \phi * 0.1908$$

$$\phi = 1.0639413$$

لذلك يتم التعويض عن ϕ بالقيمة 1.0639413 لتحسين أداء النموذج البواسونى .

ولنمذجة تكرار المطالبات يتم إدخال جميع المتغيرات التفسيرية فى نموذج بواسون ذى التشتت الزائد ، ويوضح جدول (٣) اختبارات معنوية نموذج بواسون ذى التشتت الزائد .

جدول (٣)

اختبارات معنوية نموذج بواسون ذى التشتت الزائد

	Likelihood Ratio Chi-Square	df	Sig.
Over poisson model	52.178	5	.000
(Intercept)	7214.285	1	.000
I_1	7.635	1	.006
I_2	-	-	-
X_1	22.082	1	.000
X_2	10.842	1	.001
X_3	7.014	1	.008
X_4	.826	1	.363

من الجدول رقم (٣) والذى يحتوى على اختبار معنوية معاملات الانحدار لتوزيع بواسون ذى التشتت الزائد نلاحظ الآتى :

- عند مستوى معنوية 5% نجد أن معنوية الفرق بين مطالبات الذكور والإناث (I_1, I_2) - حيث يمثل المؤشر I_1 الذكور، ويمثل المؤشر I_2 الإناث – وعمر السيارة X_1 ، وخصم التحمل X_2 ، وخصم خبرة المطالبات للمؤمن له X_3 محققة .
- عند مستوى معنوية 5% نجد أن متغير مبلغ التأمين X_4 ليس له تأثير جوهرى على متوسط عدد الحوادث .

وبذلك يتم استبعاد المتغير الخاص بمبلغ تأمين الوثيقة وإعادة تقدير المعلمات الخاصة بنموذج بواسون ذى التشتت الزائدد ، ويصبح النموذج كالآتى :

متوسط عدد الحوادث للذكور

$$\lambda_i = \exp(\beta_0 + I_1 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i}) \qquad (8)$$

متوسط عدد الحوادث للإناث

$$\lambda_i = \exp(\beta_0 + I_2 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i}) \qquad (9)$$

وبالتطبيق نجد النتائج فى جدول (٤)

جدول (٤)

تقدير معلمات نموذج بواسون ذى التشتت الزائد

Parameter	B	Hypothesis Test		
		Wald Chi-Square	df	Sig.
(Intercept)	-1.562	818.300	1	.000
I_1	-.162	7.941	1	.005
I_2	0	-	-	-
X_1	.016	23.280	1	.000
X_2	-.021	9.967	1	.002
X_3	-.009	6.507	1	.011
$(Scale)$	1.0639413			

وكما نلاحظ من جدول (٤) معنوية معامل الانحدار β_0. ونلاحظ أيضا معنوية المؤشر الخاص بالذكور I_1 حيث إن ذلك يؤدى إلى خفض متوسط عدد الحوادث الخاص بالوثيقة، وفى حالة المؤشر الخاص بالإناث I_2 فإن قيمة المعلمة صفر وهذا يعنى أن متوسط عدد الحوادث الخاص بها يزيد عن متوسط عدد الحوادث الخاص بالذكور نظرا لأن قيمة المؤشر الخاص بالذكور سالبة. ونلاحظ أيضا معنوية معامل الانحدار للمتغير X_1 الذى يمثل عمر السيارة، ويرتبط عمر السيارة بعلاقة طردية مع متوسط الحوادث الخاص بالوثيقة فكلما زاد عمر السيارة كلما زاد متوسط عدد الحوادث ولكن بمعدل متناقص نظرا لأن قيمة معامل الانحدار أقل من الواحد الصحيح. ونلاحظ أيضا معنوية معامل الانحدار الخاص بكل من X_2 الذى يمثل نسبة خصم التحمل ، X_3 الذى يمثل خبرة مطالبات المؤمن له (خصم عدم المطالبة)، ووجود علاقة عكسية بين نسبة خصم التحمل ومتوسط عدد الحوادث الخاص بالوثيقة حيث كلما زادت نسبة خصم التحمل كلما قل عدد الحوادث الخاص بالوثيقة بمعدل متناقص، كذلك وجود علاقة عكسية بين نسبة خبرة مطالبات المؤمن له (خصم عد المطالبة) ومتوسط عدد الحوادث بالوثيقة، فكلما زادت نسبة خصم عدم المطالبة كلما قل متوسط عدد الحوادث بالوثيقة بمعدل متناقص .

وبذلك يكون متوسط عدد الحوادث للذكور

$$\hat{\lambda}_i = exp(-1.724 + 0.016X_{1i} - 0.021X_{2i} - 0.009X_{3i}) \qquad (10)$$

ويكون متوسط عدد الحوادث للاناث

$$\hat{\lambda}_i = exp(-1.562 + 0.016X_{1i} - 0.021X_{2i} - 0.009X_{3i}) \quad (11)$$

ويتضح من معادلات الانحدار السابقة أن متوسط عدد الحوادث للإناث أكبر من متوسط عدد الحوادث للذكور عند ثبات العوامل الأخرى .

ويسمح استخدام نموذج انحدار بواسون ذى التشتت الزائد بإدخال بعض السمات الخاصة بكل وثيقة على حدة بدلا من حساب متوسط عدد الحوادث لكل الوثائق هو 0.1908 ، حيث يؤدى ذلك إلى تعديل هذا المتوسط حيث يزداد فى حالة زيادة درجة الخطورة ، ويقل فى حالة انخفاض درجة الخطورة .

بناء نموذج حجم المطالبة الواحدة Y_2 :

يمكن عرض بعض الخصائص الإحصائية لحجم المطالبة الواحدة كما هو موضح فى الجدول التالى :

جدول (٥)

بعض الخصائص الإحصائية لحجم المطالبة الواحدة

عدد المطالبات	2333

الوسط الحسابى	12108.29
التباين	478703885.3
الانحراف المعيارى	21879.3
معامل الالتواء	22.255

وكما نلاحظ من جدول (٥) أن عدد المطالبات التى تحتوى على قيم غير صفرية هى 2333 مطالبة، ويصل متوسط المطالبة إلى 12108.29 جنيه مصرى . وكما يتضح من الجدول وجود تباين كبير بين قيم المطالبات وهذا يشير إلى وجود قيم متطرفة، والبيانات بها التواء شديد ناحية اليمين حيث يصل معامل الالتواء إلى 22.255 ، وهذا يشير إلى أن التوزيع الذى يلائم البيانات يجب أن يكون ملتوى بشدة ناحية اليمين .

تم توفيق بيانات المطالبات باستخدام توزيع مقلوب جاوس ، وقد أوضح اختبار كولومجروف سمرنوف أن بيانات المطالبات يمكن أن تتبع توزيع مقلوب جاوس عند مستوى معنوية ٥% ، نتيجة اختبار جودة التوفيق باستخدام اختبار كولومجروف سمرنوف وكاى تربيع موضحة فى ملحق البحث .

بناء نموذج حجم المطالبة الواحدة باستخدام نموذج مقلوب جاوس :

يتم بناء نموذج حجم المطالبة الواحدة Severity باستخدام نموذج مقلوب جاوس . ويتم إدخال جميع المتغيرات التفسيرية داخل النموذج .

جدول (٦)

اختبارات معنوية نموذج مقلوب جاوس

source	Wald Chi-Square	df	Sig.
iInverse Gaussian Model	140.341	5	.000
(Intercept)	64.485	1	.000
I_1	6.240	1	.012
I_2	-	-	-
X_1	19.781	1	.000
X_2	.055	1	.814
X_3	3.392	1	.066
X_4	33.796	1	.000

وكما يتضح من جدول (٦) معنوية نموذج مقلوب جاوس بصفة عامة عند مستوى معنوية ٥% ، ونلاحظ أيضا من الجدول معنوية الجزء المقطوع من محور الصادات، ومعنوية الفرق بين متوسط قيمة المطالبة للذكور ، ومتوسط قيمة المطالبة للإناث ، وكما يتضح من الجدول أيضا معنوية كل من المتغير X_1 الذى يمثل عمر السيارة، والمتغير X_4 الذى يمثل مبلغ تأمين الوثيقة وذلك عند مستوى معنوية 5%، ونلاحظ أيضا عدم معنوية كل من المتغير X_2 الذى يمثل نسبة خصم التحمل، والمتغير X_3 الذى يمثل خبرة مطالبات المؤمن له (نسبة خصم عدم المطالبة) عند مستوى معنوية 5% حيث توضح نتيجة الاختبار عدم وجود علاقة معنوية بين متوسط حجم المطالبة ونسبة خصم عدم المطالبة أو نسبة خصم التحمل .

ويتم استبعاد المتغيرات غير المعنوية، ويتم إعادة تقدير المعلمات الخاصة بنموذج مقلوب جاوس ، ويصبح النموذج كالآتى :

متوسط حجم المطالبة للذكور

$$\mu_i = \beta_0 + I_1 + \beta_1 X_{1i} + \beta_4 X_{4i} \qquad (12)$$

متوسط حجم المطالبة للإناث

$$\mu_i = \beta_0 + I_2 + \beta_1 X_{1i} + \beta_4 X_{4i} \qquad (13)$$

وكما نلاحظ من المعادلات السابقة أن العلاقة مباشرة بين متوسط حجم المطالبة والعوامل المؤثرة فيها نظرا لأن دالة الربط هى Identity function وهى تربط المتوسط بالعوامل المؤثرة فيه خطياً .

والنتائج موضحة فى جدول (٧) كالتالى :

جدول (٧)

اختبار معنوية معاملات انحدار نموذج مقلوب جاوس

Parameter	B	Hypothesis Test		
		Wald Chi-Square	df	Sig.
(Intercept)	9174.457	51.122	1	.000
I_1	-2520.189	5.668	1	.017
I_2	0	-	-	-
X_1	-117.221	17.515	1	.000
X_4	.024	33.429	1	.000
(Scale)	.000151			

وكما يتضح من جدول (٧) معنوية معامل الانحدار β_0 ، كذلك معنوية الفرق بين متوسط حجم المطالبة للذكور والإناث عند مستوى معنوية ٥% ، حيث إن متوسط حجم المطالبة الخاصة بالمؤمن له الذكر أقل من تلك الخاصة للمؤمن له الأنثى بمقدار 2520 جنيه فى حالة ثبات العوامل الأخرى. ويوضح الجدول أيضا معنوية معامل الانحدار الخاص بالمتغير X_1 الذى يمثل عمر السيارة حيث توجد علاقة عكسية بين متوسط حجم المطالبة وعمر السيارة، فكلما زاد عمر السيارة كلما قل متوسط قيمة المطالبة. ونلاحظ معنوية معامل الانحدار الخاص بالمتغير X_4 الذى يمثل مبلغ تأمين الوثيقة، حيث توجد علاقة طردية بين متوسط حجم المطالبة ومبلغ تأمين الوثيقة فكلما زاد مبلغ تأمين الوثيقة كلما زاد متوسط حجم المطالبة الواحدة.

ويوضح الجدول أيضا تقدير معلمة التشتت ϕ حيث تساوى 0.000151 ويتم تقديرها فى النموذج .

وبذلك يكون متوسط حجم المطالبة الواحدة للذكور :

$$\mu_i = 6654.268 - 117.221 X_{1i} + 0.024 X_{4i} \qquad (14)$$

ويكون متوسط حجم المطالبة الواحدة للإناث :

$$\mu_i = 9174.457 - 117.221 X_{1i} + 0.024 X_{4i} \qquad (15)$$

نموذج التسعير المقترح :

يمكن تسعير تأمين السيارات الملاكى من خلال ضرب قيمة متوسط الحوادث المحسوب من نموذج انحدار بواسون ذى التشتت الزائد فى متوسط قيمة المطالبة المحسوب من نموذج انحدار مقلوب جاوس، مع ملاحظة وجود فروق بين الذكور والإناث .

متوسط عدد الحوادث للذكور كما هو موضح فى المعادلة (10)

$$\hat{\lambda}_i = exp(-1.724 + 0.016 X_{1i} - 0.021 X_{2i} - 0.009 X_{3i})$$

ويكون متوسط عدد الحوادث للإناث كما هو موضح فى المعادلة (11)

$$\hat{\lambda}_i = exp(-1.562 + 0.016X_{1i} - 0.021X_{2i} - 0.009X_{3i})$$

ويكون متوسط حجم المطالبة للذكور كما هو موضح بالمعادلة (14)

$$\mu_i = 6654.268 - 117.221X_{1i} + 0.024X_{4i}$$

ويكون متوسط حجم المطالبة الواحدة للإناث كما هو موضح فى المعادلة (15)

$$\mu_i = 9174.457 - 117.221X_{1i} + 0.024X_{4i}$$

بذلك يمكن حساب سعر التأمين لوثائق تأمين السيارات الملاكى وفقا لسمات كل وثيقة على حدة . فعند تسعير وثيقة تأمين لمؤمن له الخصائص التالية :

ذكر، عمر السيارة = ٥ ، خصم التحمل = صفر ، خصم عدم المطالبة = ٢٠% ، ومبلغ التأمين= ١٨٠٠٠٠ جنيه .

يتم حساب تقدير لعدد الحوادث وفقا للسمات الخاصة بالوثيقة باستخدام المعادلة رقم (10)

$$\hat{\lambda}_i = exp(-1.724 + 0.016 * 5 - 0.021 * 0 - 0.009 * 20)$$

$$\hat{\lambda}_i = 0.1614$$

وكما نلاحظ أن متوسط عدد الحوادث الخاص بهذه الوثيقة من متوسط الحوادث العام الذى يساوى 0.1908 ، وهذا يدل على انخفاض درجة الخطورة لهذه الوثيقة .

يتم حساب تقدير لقيمة الخسارة فى الحادث الواحد طبقا للسمات الخاصة بالوثيقة باستخدام المعادلة رقم (14)

$$\mu_i = 6654.268 - 117.221 * 5 + 0.024 * 180000$$

$$\mu_i = 10388.163$$

وكما نلاحظ انخفاض متوسط حجم المطالبة لهذه الوثيقة عن متوسط المطالبات فى المحفظة ككل الذى يبلغ 12108.29 جنيه نظرا لانخفاض درجة الخطورة بها .

وبذلك يكون متوسط حجم الخسائر المتوقع عن هذه الوثيقة = $10388.163 * 0.1614$

= 1676.65 جنيه

ويكون سعر التأمين الصافى الخاص لهذه الوثيقة = $\frac{1676.65}{180000} = 0.01$

وعند تسعير وثيقة تأمين بياناتها كالتالى:

أنثى ، عمر السيارة =1، خصم التحمل =0 ، خصم عدم المطالبة = 0 ، ومبلغ التأمين= 150000 جنيه

حساب تقدير لعدد الحوادث وفقا للسمات الخاصة بالوثيقة من المعادلة (11)

$$\lambda_i = 0.213$$

نلاحظ أن متوسط عدد الحوادث لهذه الوثيقة أكبر من متوسط عدد الحوادث فى المحفظة كلها .

حساب تقدير لقيمة الخسارة فى الحادث الواحد طبقا للسمات الخاصة بالوثيقة من المعادلة (15)

$$\mu_i = 12657.236$$

نلاحظ أن متوسط حجم المطالبة لهذه الوثيقة أكبر من متوسط حجم المطالبة للمحفظة ككل ، وهذا يرجع إلى ارتفاع درجة الخطورة فى هذه الوثيقة .

وبذلك يكون متوسط حجم الخسائر المتوقع عن هذه الوثيقة = $12657.236 * 0.213$

$= 2695.99$ جنيه

ويكون سعر التأمين الصافى الخاص بهذه الوثيقة $= \frac{2695.99}{100000} = 0.0269$

نلاحظ أن سعر التأمين لهذه الوثيقة أكبر من سعر التأمين للوثيقة السابقة ، نظرا لارتفاع درجة الخطورة لهذه الوثيقة .

بذلك يمكن باستخدام نموذج بواسون ذى التشتت الزائد ونموذج مقلوب جاوس فى حساب سعر التأمين فى التأمين التكميلى للسيارات لكل وثيقة على حدة على ضوء بيانات كل وثيقة .

النتائج والتوصيات :

أولاً : النتائج

بعد دراسة بيانات إحدى شركات التأمين المصرية الخاصة بتأمين السيارات التكميلى توصل الباحث للنتائج التالية :

١. وفقا للبيانات المستخدمة فى البحث ، متوسط عدد الحوادث للإناث أكبر من ذلك الخاص بالذكور عند ثبات العوامل الأخرى ، كذلك ترتفع قيمة متوسط حجم المطالبة الواحدة الخاصة بالإناث عن تلك الخاصة بالذكور .
٢. توجد علاقة طردية بين عمر السيارة ومتوسط عدد الحوادث ، فكلما زاد عمر السيارة كلما ارتفع متوسط عدد الحوادث بمعدل متناقص . وتوجد علاقة عكسية بين عمر السيارة ومتوسط حجم المطالبة الواحدة ، فكلما زاد عمر السيارة كلما انخفضت قيمة المطالبة وهذا يرجع إلى انخفاض قيمة السيارة ذاتها .
٣. توجد علاقة عكسية بين نسبة خصم التحمل ومتوسط عدد الحوادث للوثيقة ، و توجد علاقة عكسية بين نسبة خصم عدم المطالبة ومتوسط عدد الحوادث للوثيقة ، فكلما زادت نسبة خصم التحمل أو نسبة خصم عدم المطالبة كلما قل متوسط عدد الحوادث بالوثيقة . ولا توجد أى علاقة معنوية بين نسبة خصم التحمل، وخبرة المطالبات (نسبة خصم عدم المطالبة) وبين متوسط حجم المطالبة الواحدة .
٤. توجد علاقة طردية بين قيمة مبلغ تأمين الوثيقة ومتوسط قيمة المطالبة الواحدة، فكلما زادت قيمة مبلغ التأمين كلما زاد متوسط قيمة المطالبة . مع ملاحظة أنه لا توجد أى علاقة معنوية بين مبلغ التأمين ومتوسط عدد الحوادث الخاص بالوثيقة .

ثانياً : التوصيات

بعد القيام بهذا البحث يوصى الباحث بالتوصيات الآتية :

١. يوصى الباحث أن تهتم الجهات المختصة بتسجيل البيانات التفصيلية لوثائق تأمين السيارات مثل مهنة المؤمن له، وطبيعة المؤمن له من حيث كونه مدخن أم لا وغيرها من صفات المؤمن له، كذلك الاهتمام بتسجيل البيانات الخاصة بالسيارة مثل قوة المحرك ، والسعة اللترية للسيارة ، حتى يمكن دراسة أثر هذه العوامل على تكرار الحوادث وقيم المطالبات .
٢. استخدام نماذج أكثر دقة فى تسعير تأمين السيارات ؛ حتى يمكن حساب سعر التأمين الخاص بكل وثيقة على حدة على ضوء درجة الخطورة التى تمثلها .

المراجـع

أولاً : المراجع العربية

(١) إبـراهيم ، أحمـد عبـدالرحمن سـيد أحمـد (٢٠١٤)، اسـتخدام الـدمج بـين النمـاذج الماليـة والنمـاذج الاكتواريـة فـى تـسعير التـأمين الـشامل علـى الـسيارات الخـصوصية بالـسوق الـسعودى ، مجلـة البحـوث الماليـة والتجاريـة ، كليـة التجـارة - جامعـة بـور سـعيد ، ع٤ ، ص ص ٣٦٠-٤١٥ .

(٢) أحمد ، ممدوح حمزة ، أبوبكر ، صـفية أحمد (١٩٩٢)، استخدام نموذج حاصل الضرب فى تسعير التأمين التكميلى للسيارات الخاصة حسب درجة خطورتها فى ج.م.ع. ، المجلة المـصرية للدراسـات التجاريـة ، كليـة التجـارة - جامعـة المنـصورة ، مـج ١٦ ، ع ٣ ، ص ص ٣٧٩-٤٠٦ .

(٣) البلقينـى ، محمد توفيق إسماعيل ، إبـراهيم ، رأفت أحمد علـى (١٩٩٩)، استخدام نظريـة المـصداقية فـى تـسعير التـأمين مـن المـسئولية المدنيـة عـن حـوادث الـسيارات فـى مـصر ، المجلـة المـصرية للدراسـات التجاريـة ، كليـة التجـارة - جامعـة المنـصورة ، مـج٢٣، ع١، ص ص ٥٦٣-٥٨٠.

(٤) الحصرى ، محمد حسن سيد ، إبراهيم ، محمد غازى صابر (٢٠١٧)، استخدام النماذج الخطية المعممة فى تسعير تأمين السيارات التكميلى ، مجلة البحوث الإدارية ، أكاديمية السادات للعلوم الإدارية ، مركز الاستشارات والبحوث والتطوير ، مج٣٥، ع٢، ص ص ٣٥-١٠٥.
(٥) العمارى ، على عبدالسلام ، العجيلى ، على حسين (٢٠٠٠)، الإحصاء والاحتمالات النظرية والتطبيق ، الفصل الحادى عشر ، منشورات ELGA .
(٦) سالم ، محمود (١٩٩٧)، تسعير تامين الممتلكات باستخدام التحليل التتابعى للفروق بين التعويضات المقدرة والتعويضات الفعلية ، مجلة آفاق جديدة ، كلية التجارة - جامعة المنوفية ، العدد الثالث .
(٧) الفقى ، السباعى محمد السباعى (١٩٩٣)، استخدام نموذج حاصل الضرب ذات المتغيرات المتعددة فى تقدير عدد المطالبات لتأمين السيارات ، المجلة المصرية للدراسات التجارية ، كلية التجارة - جامعة المنصورة ، مج١٧، ع٣، ص ص ٣٤٣-٣٥٧ .
(٨) مهدى ، إبراهيم على محمد ، المعداوى ، محمد مسعد ، الحسينى ، الإمام عبدالعزيز (٢٠١٠) ، نماذج بديلة لتسعير تأمين السيارات التكميلى دراسة تطبيقية ، المجلة المصرية للدراسات التجارية ، كلية التجارة - جامعة المنصورة ، مج٣٤، ع٢، ص ص ٥٧٣-٥٩٤.

ثانياً : المراجع الأجنبية

9. C2 Statistics Actuarial Material, Acted Note, Company AES, Unit 14.
10. CT6 (2013), Generalized linear models, Acted Study Material, Actuarial Education Company, Ch.10.
11. David, M. (2015), Auto insurance premium calculation using generalized linear models. Procedia Economics and Finance, 20, 147-156.
12. David, M., & Jemna, D. V. (2015), Modeling the frequency of auto insurance claims by means of poisson and negative binomial models. Annals of the Alexandru Ioan Cuza University-Economics, 62(2), 151-168.
13. Goldburd, M., Khare, A., & Tevet, D. (2016), Generalized linear models for insurance rating. Casualty Actuarial Society, CAS Monographs Series, (5).
14. Kafková, S., & Křivánková, L. (2014), Generalized linear models in vehicle insurance. Acta Universitatis Agriculturae et Silviculturae Mendelianae Brunensis, 62(2), 383-388.
15. Koziol, J. A. (1989), Handbook of Percentage Points of the Inverse Gaussian Distributions: CRC Press.
16. Kurz, C. F. (2017), Tweedie distributions for fitting semicontinuous health care utilization cost data. BMC medical research methodology, 17(1), 171-178.
17. Siddig, M. H. (2016), Application of the Generalized Linear Models in Actuarial Framework. arXiv preprint arXiv:1611.02556. https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1611/1611.02556.pdf

18. Smyth, G. K., & Jørgensen, B. (2002)., Fitting Tweedie's compound Poisson model to insurance claims data: dispersion modelling. ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA, 32(1), 143-157.
19. Ver Hoef, J. M., & Boveng, P. L. (2007), Quasi Poisson vs. negative binomial regression: how should we model overdispersed count data?. Ecology, 88(11), 2766-2772.
20. Xacur, O. A. Q., & Garrido, J. (2015), Generalised linear models for aggregate claims: to Tweedie or not?. European Actuarial Journal, 5(1), 181-202.

ملحق البحث

اختبارات جودة التوفيق للتوزيعات المختارة

اختبارات جودة التوفيق لتوزيع بواسون

دالة التوزيع الاحتمالى لتوزيع بواسون

$$P(Y_1 = y_1) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{y_1}}{y_1!} \qquad Y_1 = 0,1,2,3,\ldots\ldots$$

تم تقدير معلمة توزيع بواسون عن طريق حساب متوسط عدد الحوادث للبيانات محل الدراسة وهى $\lambda = 0.1908$ ، وتباين البيانات = 0.203

وتم عمل اختبارات جودة التوفيق باستخدام اختبار كاى تربيع ، كما هو موضح بالجدول التالى:

جـدول (1A)

اختبار χ^2 لجودة توفيق عدد الحوادث

Y_1	Observed Frequency	probability	Expected frequency	χ^2
0	11474	0.8263	11407.8978	0.383024193
1	2061	0.1577	2177.2062	6.20238952
2	243	0.015	207.09	6.226897001
3	25	0.00095	13.1157	10.76851304
4	3	0.00005	0.6903	7.728109648
المجموع	13806	1	13806	31.3089334

وكما هو موضح فى جدول (1A) القيمة المحسوبة لاختبار كاى تربيع هى 31.31 وهذه القيمة أكبر من القيمة الجدولية عند ثلاث درجات حرية وهى 0.352 وعند مستوى معنوية ٥% ، بذلك يتم رفض فرض العدم الذى يقضى بأن البيانات تتوزع وفق توزيع بواسون .

جـدول (2A)

اختبار كولومجروف سمرنوف لجودة توفيق عدد الحوادث

Y_1	Observed cumulative probability	Cumulative probability	$\lvert K.S.T \rvert$
0	0.83109	0.82631	0.00478
1	0.98037	0.98396	0.00359
2	0.99797	0.999	0.00103
3	0.99978	0.99996	0.00018
4	1	1	0

وكما يتضح من جدول اختبار كولومجروف سمرنوف أنه عند ثلاث درجات حرية ومستوى معنوية ٥% نلاحظ أن القيمة المحسوبة وهى عبارة عن أكبر فرق مطلق بين دالة الاحتمال التراكمى المشاهد ودالة الاحتمال التراكمى المحسوب من توزيع بواسون 0.00478 أقل من القيم الجدولية (0.708) ، بذلك لا يمكن رفض الفرض العدمى الذى يقضى بتبعية البيانات لتوزيع بواسون .

وبمقارنة نتيجة اختبار كاى تربيع مع نتيجة اختبار كولومجروف سمرنوف، نلاحظ وجود تعارض بين نتيجة الاختبارين، فى هذه الحالة نعتمد على نتائج اختبار كاى تربيع نظرا لأن نتيجة اختبار كولومجروف فى حالة استخدامه مع البيانات المتقطعة تكون غير دقيقة (العمارى وآخرون ، ٢٠٠٠) .

وهذا يتضح من النسبة بين التباين والمتوسط هى 1.06 وهذا يعنى أن التباين يزيد عن المتوسط بقيمة أكبر من نسبة الخطأ المسموح به وهو ٥% ، لذلك يمكن استخدام توزيع بواسون ذى التشتت الزائد .

اختبارات جودة التوفيق لحجم المطالبة الواحدة :

يتم اجراء اختبارات جودة التوفيق اختبار كولومجروف سمرنوف.يتم تقدير المعلمات باستخدام طريقة العزوم باستخدام معادلة الوسط الحسابى والتباين لتوزيع مقلوب جاوس .

ويمكن عرض دالة كثافة الاحتمال ، ودالة التوزيع التراكمى و المتوسط والتباين كالتالى (Koziol, 1989) :

دالة كثافة الاحتمال :

$$f(y_2) = \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi {y_2}^3}} exp\left(-\frac{\alpha(y-\mu)^2}{2\mu^2 y_2}\right) \quad y_2 > 0, \mu > 0, \alpha > 0$$

دالة التوزيع التراكمى

$$CDF = \Phi\left(\sqrt{\frac{\alpha}{y_2}}\left(\frac{y_2}{\mu} - 1\right)\right) + exp\left(\frac{2\alpha}{\mu}\right)\Phi\left(-\sqrt{\frac{\alpha}{y_2}}\left(\frac{y_2}{\mu} + 1\right)\right)$$

حيث Φ هى دالة التوزيع التراكمى للتوزيع الطبيعى المعيارى.

متوسط وتباين توزيع مقلوب جاوس

$$E(Y_2) = \mu$$

$$Var(Y_2) = \frac{\mu^3}{\alpha}$$

وباستخدام المتوسط والتباين المحسوب من البيانات يمكن تقدير قيم μ، α باستخدام طريقة العزوم .

$$\hat{\mu} = 12108.29$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\hat{\mu}^3}{Var(Y_2)}$$

$$\hat{\alpha} = \frac{(12108.29)^3}{(21879.3)^2} = 3708.36$$

ونظرا لوجود 2333 مطالبة لذلك يتم وضعهم فى شكل فئات وتكرارات ، ويجب ملاحظة أنه يجب أن يكون الحد الأدنى للفئة الأولى هو الصفر، والحد الأقصى للفئة الأخيرة هو ∞ .

وتم اختيار عدد الفئات يساوى 10 فئات ويتم حساب الحدود العليا للفئات بالمعادلة التالية (C_2, 1995) :

$$e^{-\frac{p_j}{\mu}} \qquad j = 1,2,3,\ldots,9$$

$$p_j = -\mu . ln\left(\frac{j}{10}\right) \qquad j = 1,2,3,\ldots.9$$

حيث p_j يمثل الحدود العليا للفئات من أسفل إلى أعلى، ويوضح الجدول التالى توزيع البيانات فى شكل فئات وتكرارات :

جـدول (3A)
التوزيع التكرارى لبيانات المطالبات

Y_2	Observed frequency	Observed probability	Observed cumulative probability
0-	123	0.05272182	0.05272182
1275-	201	0.08615517	0.13887698
2702-	231	0.09901414	0.23789113
4319-	474	0.20317188	0.44106301
6185-	367	0.15730819	0.5983712
8393-	249	0.10672953	0.70510073
11095-	218	0.09344192	0.79854265
14578-	170	0.07286755	0.8714102
19488-	123	0.05272182	0.92413202
27880-	177	0.07586798	1
Sum	2333	1	--

ولحساب قيم الاحتمال التراكمى فى توزيع مقلوب جاوس باستخدام الحدود العليا للفئات يتم استخدام جدول الاحتمالات لتوزيع مقلوب جاوس الذى قدمه (Koziol, 1989) . وحتى يتم استخدام جدول توزيع مقلوب جاوس يجب أن يتم حساب متغير جديد U من خلال العلاقة التالية :

$$U = \frac{\alpha Y_2}{\mu^2}$$

ويتم حساب معلمة جديدة هى t من العلاقة التالية :

$$t = \frac{\alpha}{\mu}$$

وباستخدام قيم المعلمات المقدرة تكون t = 0.3 ، وهى المعلمة الجديدة لتوزيع مقلوب جاوس التى يمكن من خلالها إيجاد قيم الاحتمالات المطلوبة. والجدول التالى يوضح اختبار كولومجروف سمرنوف باستخدام هذه الاحتمالات .

جـدول (4A)
اختبار كولومجروف سمرنوف لجودة توفيق قيم المطالبات

Upper sets	U Values	Observed cumulative probability	Cumulative probability	$\|K.S.T\|$
1275	0.03	0.052721817	0.12	0.067278183
2702	0.068	0.138876982	0.33	0.191123018
4319	0.109	0.237891127	0.48	0.242108873
6185	0.16	0.441063009	0.59	0.148936991
8393	0.21	0.598371196	0.67	0.071628804
11095	0.28	0.705100729	0.73	0.024899271

14578	0.37	0.798542649	0.79	0.008542649
19488	0.5	0.871410201	0.85	0.021410201
27880	0.7	0.924132019	0.89	0.034132019
∞	∞	1	1	0

ومن جدول (4A) وجد أن أكبر فرق مطلق بين دالة التوزيع التراكمى المشاهد ودالة التوزيع التراكمى لتوزيع مقلوب جاوس هو 0.242 ، وباستخدام جدول اختبار كولومجروف سمرنوف، القيمة الجدولية عند سبع درجات حرية ومستوى معنوية 5% هى 0.483 ، وبذلك فإن قيمة إحصاء الاختبار المحسوبة باستخدام البيانات أقل من القيمة الجدولية ، بذلك لا يمكن رفض فرض العدم الذى يقضى بتبعية البيانات لتوزيع مقلوب جاوس .

جـدول (5A)

اختبار كاى تربيع χ^2 لجودة التوفيق

Upper sets	X values	frequency	probability	Expected frequency	χ^2
1275	0.03	123	0.12	279.96	87.99986
2702	0.068	201	0.21	489.93	170.3928
4319	0.109	231	0.15	349.95	40.43178
6185	0.16	474	0.11	256.63	184.1161
8393	0.21	367	0.08	186.64	174.2913
11095	0.28	249	0.06	139.98	84.90756
14578	0.37	218	0.06	139.98	43.48564
19488	0.5	170	0.06	139.98	6.438065
27880	0.7	123	0.04	93.32	9.439589
∞	∞	177	0.11	256.63	24.70848
Sum		2333	1	2333	826.2112

وكما يتضح من الجدول أن قيمة χ^2 أكبر من القيمة الجدولية عند سبع درجات حرية ومستوى معنوية ٥% (2.167) وبذلك يتم رفض الفرض العدمى الذى يقضى بتبعية البيانات لتوزيع مقلوب جاوس .

نلاحظ تعارض نتيجة اختبار كاى تربيع مع نتيجة اختبار كولومجروف سمرنوف ، وفى هذه الحالة يتم الاعتماد على نتيجة اختبار كولومجروف سمرنوف لأنه يلائم طبيعة البيانات المتصلة (العمارى وآخرون ، ٢٠٠٠) .